

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



“ ” серпня 2024 р.

Робоча програма навчальної дисципліни
елементи функціонального аналізу

рівень вищої освіти - бакалавр

галузь знань **01 Освіта/Педагогіка**

спеціальність **014.04 Середня освіта (Математика)**

освітньо-професійна програма **«Математика та інформатика»**

вид дисципліни **вибіркова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

доцент кафедри фундаментальної математики, кандидат фізико-математичних наук,
доцент Гефтер Сергій Леонідович

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол № 1 від 26 серпня 2024 року.

В.о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньо-професійної програми



Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол № 1 від 27 серпня 2024 року.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Елементи функціонального аналізу” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності **014.04 – Середня освіта (Математика)** освітня програма «Математика та інформатика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання вибіркової навчальної дисципліни “Елементи функціонального аналізу” є надання майбутнім фахівцям додаткових знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Елементи функціонального аналізу” є додаткове навчання студентів теоретичним основам і методам сучасного функціонального аналізу та зв’язку цієї теорії з іншими математичними дисциплінами.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення.

ЗК04 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК07. Здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації.

ЗК08. Здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

ФК08. Володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами.

ФК09. Здатність здійснювати логічний аналіз математичних об'єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики.

ФК10. Володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв'язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання.

ФК11. Здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання.

ФК13. Здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв'язків задач, банків ключових задач тощо.

ФК14. Володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.3. Кількість кредитів – 5

1.4. Загальна кількість годин – 150

1.5. Характеристика навчальної дисципліни

За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	

8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
86 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Програмні результати навчання за ОПШ:

ПРН04. Знати базові поняття та теореми математичного, функціонального, комплексного аналізу, ряди, диференціювання та інтегрування функцій, інтегрування на поверхнях, термінологію теорії міри, інтегрування за Лебегом, нескінченновимірні метричні простори (банахові, гільбертові, тощо), функції комплексної змінної. Уміти досліджувати аналітичні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти методами математичного, функціонального аналізу, теорії функцій, методами математичних міркувань.

Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

Знати :

- теореми про нерухомі точки, зокрема принцип стискаючих відображень, теорему Брауера, принцип Шаудера та теорему Какутані;
- методи застосування теорем про нерухомі точки для доведення існування розв'язків рівнянь;
- базові означення теорії топологічних груп;
- теорему існування міри Хаара та її застосування;
- теорему Крейна-Мільмана; .
- основні факти про слабку та слабку із зірочкою збіжності.

Уміти :

- Застосовувати вивчену теорію до розв'язання задач.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування

1. Принцип стискаючих відображень.
2. Топологічні простори з властивістю нерухомої точки.
3. Симплекси, симпліціальні розбиття, лема Шпернера та теорема Брауера.
4. Принцип Шаудера.
5. Теорема Арцела.
6. Застосування до теорем існування.

Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання

1. Базові означення, приклади топологічних груп.
2. Компактні топологічні групи, приклади, критерій компактності в $C(G)$.
3. Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$.
4. Теорема Какутані.
5. Міра Хаара.
6. Крайні точки опуклих множин.

7. Слабка та слабка із зірочкою збіжності.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування												
Принцип стискаючих відображень.	10	3	3			10						
Топологічні простори з властивістю нерухомої точки.	10	3	3			8						
Теорема Брауера та Принцип Шаудера.	11	3	3			10						
Теорема Арцела.	11	3	3			5						
Застосування до теорем існування.	9	4	4			10						
Разом за розділом 1	75	16	16			43						
Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання												
Компактні топологічні групи.	10	3	3			8						
Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$.	10	3	3			5						
Теорема Какутані.	10	3	3			4						
Міра Хаара.	10	3	3			8						
Крайні точки опуклих множин.	9	2	2			8						
Слабка та слабка із зірочкою збіжності	9	2	2			8						
Разом за розділом 2	73	16	16			41						
<i>Контрольна робота</i>	2					2						
Усього годин	150	32	32			86						

* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Принцип стискаючих відображень	3
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	3
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	3
4	Теорема Арцела	3
5	Застосування до теорем існування	3
6	Власні вектори та числа операторів. Інваріантні підпростори	3

7	Компактні топологічні групи	3
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$	3
9	Теорема Какутані	2
10	Міра Хаара	2
11	Застосування крайніх точок	2
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Принцип стискаючих відображень	10
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	8
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	10
4	Теорема Арцела	5
5	Застосування до теорем існування	10
7	Компактні топологічні групи	8
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$	5
9	Теорема Какутані	4
10	Міра Хаара	8
11	Крайні точки опуклих множин	8
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	8
13	<i>Контрольна робота</i>	2
	Разом	86

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Форми навчання: лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; практичні заняття з елементами теоретичних питань (розповідь-пояснення, бесіда, ілюстрація, демонстрація, вправи).

В умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (перевірка домашніх завдань та контрольної роботи, спілкування зі студентами протягом семестру);
- 2) залік.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			Разом	Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	60	40	100
20	20	20			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>